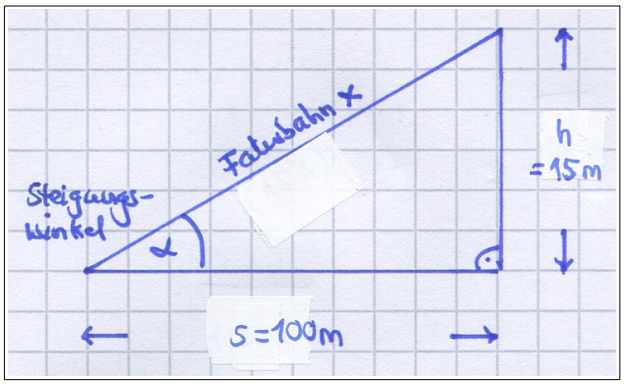
Zusammenhang von Prozentangabe und Steigungswinkel im rechtwinkligen Dreieck

Beispiel

Steile Straßenabschnitte werden zuweilen mit einem Warnschild versehen, das die Steigung (bzw. das Gefälle) in Prozent angibt.

Die Prozentangabe auf dem Schild bedeutet, dass auf einer waagerechten Strecke von 100 m (nicht auf der Fahrbahn!) eine senkrechte Höhe von 15 m (Höhenunterschied) überwunden wird.



Rechnungen

Die zugehörige Rechnung sieht wie folgt aus:

$$Steigung\ p = \frac{senkrechte\ Höhe\ h}{waagerechte\ Strecke\ s} \quad \text{| eins. (h = 15, s = 100)}$$

$$
\begin{aligned}
p &= \frac{15}{100} && \mid \mathrm{T} \\
p &= 0{,}15 && \mid \mathrm{T} \\
p &= 15\,\% &&
\end{aligned}
$$

Das Verhältnis von senkrechter Höhe h und waagerechter Strecke s ergibt dabei immer denselben Wert (hier: 15 %), d. h. man könnte bspw. auch von 3 m senkrechter Höhe und 20 m waagerechter Strecke ausgehen.

Steigungswinkel berechnen

Mathematisch betrachtet liegt hier ein rechtwinkliges Dreieck vor mit dem Steigungswinkel α, dessen Ankathete s und Gegenkathete h. Die Fahrbahn entspricht der Hypotenuse x. Mit Hilfe des Tangens kann man nun die Größe von α berechnen:

$$
\begin{aligned}
\tan(\alpha) &= \frac{15}{100} && \mid \mathrm{T} \\
\tan(\alpha) &= 0{,}15 && \mid \mathrm{T} \\
\tan(\alpha) &= 15\,\% && \mid \tan^{-1} \\
\alpha &= \tan^{-1}(15\,\%) && \mid \mathrm{T} \\
\alpha &\approx 8{,}53\,^\circ &&
\end{aligned}
$$

Hinweis zum Taschenrechner

Achte darauf, dass dein Taschenrechner auf Gradmaß (DEG) eingestellt ist.

Daraus ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
\textit{Steigung } p &\rightarrow \textit{Steigungswinkel } \alpha \\
15\,\% &\rightarrow 8{,}53\,^\circ
\end{aligned}
$$

Eine Straße mit 15 % Steigung hat einen Steigungswinkel von ca. 8,53°.

Steigung berechnen

Umgekehrt kann man aus dem Steigungswinkel α die Steigung p berechnen:

$$
\begin{aligned}
\textit{Steigung } p &= \tan(8{,}53\,^\circ) && \mid \mathrm{T} \\
p &\approx 0{,}15 && \mid \mathrm{T} \\
p &\approx 15\,\% &&
\end{aligned}
$$

Bei einem Steigungswinkel von 8,53° hat eine Straße eine Steigung von ca. 15 %.

Formeln

Mit Hilfe folgender Formeln kann die Umrechnung in jede Richtung vorgenommen werden:

1. Steigungswinkel α berechnen (p als Dezimalwert einsetzen):

$$Steigungswinkel\ \alpha = \tan^{-1}(Steigung\ p)$$

2. Steigung p berechnen (Ergebnis p als Dezimalwert):

$$Steigung\ p = \tan(Steigungswinkel\ \alpha)$$

   Anm.: Möchte man die Steigung p direkt in Prozent ausdrücken, muss man den Tangenswert noch mit 100 multiplizieren.

Merke

- Die Steigung gibt das Verhältnis von Höhenunterschied und waagerechter Strecke an.
- Die Fahrbahnlänge ist nicht die waagerechte Strecke. Im rechtwinkligen Dreieck entspricht die Fahrbahn der Hypotenuse.

- 15 % sind nicht 15°. Die Prozentangabe und der Steigungswinkel sind unterschiedliche Größen.
- 15 % entsprechen nicht einem Tangenswert von 15. Der Tangenswert beträgt 0,15.

- Den Steigungswinkel α erhält man mit dem Arkustangens des Steigungsverhältnisses p.
- Umgekehrt erhält man die Steigung p (als Dezimalwert) mit dem Tangens des Steigungswinkels α. Für die Angabe in Prozent multipliziert man den Tangenswert mit 100.