

Rationale und irrationale Zahlen

Rationale Zahlen $\mathbb{Q}$

- Intuitive Beschreibung:

Bruchzahlen, da sie sich als Dezimalbruch und als „Bruchstrich-Bruch“ darstellen lassen

- Definition:

Zahlen, die sich als Quotient zweier ganzer Zahlen darstellen lassen, wobei der Nenner nicht 0 sein darf:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

- Beispiele:

$$3 : 4 = \frac{3}{4} = 0,75 \in \mathbb{Q}$$

$$12 : 6 = \frac{12}{6} = 2 \in \mathbb{Q} \text{ (sogar } \in \mathbb{N})$$

- Als Dezimalzahl ist ihre Darstellung entweder...
 - abbrechend
 - oder
 - unendlich periodisch

Irrationale Zahlen $\mathbb{I}$

- Intuitive Beschreibung:

Gewissermaßen das „Gegenstück“ von rationalen Zahlen, da sie sich nicht als „Bruchstrich-Bruch“ darstellen lassen (abgesehen von einem Nenner mit 1).

- Definition:

Zahlen, die sich nicht als Quotient zweier ganzer Zahlen darstellen lassen – quasi die

Anmerkungen

- Für die irrationalen Zahlen existiert kein allgemein einheitliches Zeichen; dennoch wird häufig $\mathbb{I}$ verwendet.
- Der Backslash „\“ bedeutet „ohne“ (Differenz).

reellen Zahlen ohne die rationalen Zahlen:

$$\mathbb{I} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$

- Beispiele:

$$\pi = 3,141592... \in \mathbb{I} \quad (\text{Kreiszahl Pi, entsteht durch die Division von Kreisumfang durch -durchmesser})$$

$$\sqrt{2} = 1,414213... \in \mathbb{I} \quad (\text{Quadratwurzel aus 2, entsteht als positive Lösung der Gleichung } x^2 = 2)$$

$$0,12345678910... \in \mathbb{I} \quad (\text{Champernowne-Zahl, entsteht durch das Aneinanderreihen der natürlichen Zahlen})$$

- Als Dezimalzahl ist ihre Darstellung – im Gegensatz zu rationalen Zahlen –...
 - **nicht** abbrechend (unendlich)
 - und
 - **nicht** unendlich periodisch