Lineare Gleichungen mit 2 Variablen

Bsp.: 36 Personen wollen sich an 4er- und 6er-Tische im Lokal setzen. Die Tische sollten voll belegt sein ($G = \mathbb{N}$).

4er-Tische: x

6er-Tische: y

$$\Rightarrow 4x + 6y = 36$$

Mit einem „scharfen Blick" sieht man rasch Lösungen, z.B. 6 4er-Tische ($x = 6$) und 2 6er-Tische ($y = 2$):

$$4 \cdot 6 + 6 \cdot 2 = 36 \quad | T$$

$$24 + 12 = 36 \quad | T$$

$$36 = 36 \quad \checkmark \text{ wahre Aussage}$$

Die Lösungen sind also Zahlenpaare, hier z.B. $(\underset{\substack{\uparrow \\ x}}{6} | \underset{\substack{\uparrow \\ y}}{2})$. Zum Auffinden <u>aller</u> Lösungen ist eine

systematische Vorgehensweise erforderlich. Wir betrachten im Folgenden zwei verschiedene:

1. Rechnerisches Lösen

1) Beliebigen Wert für eine Variable einsetzen (wenn möglich aber geschickt gewählt; hier gilt $G = \mathbb{N}$).
2) Die Gleichung nach der anderen Variable auflösen.

Bsp.:

$$\begin{aligned} 4x + 6y &= 36 && \mid \text{wähle bspw. } x = 0 \\ 4 \cdot 0 + 6y &= 36 && \mid \top \\ 6y &= 36 && \mid :6 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

Eine weitere Lösung ist demnach $(0|6)$, also Keine Hen-Tische und dafür alle Personen an 6 Ben-Tische.

Für die Lösungsmenge kann man notieren:

$$\mathbb{L} = \{(0|6); (6|2); \dots\}$$

2. Grafisches Lösen

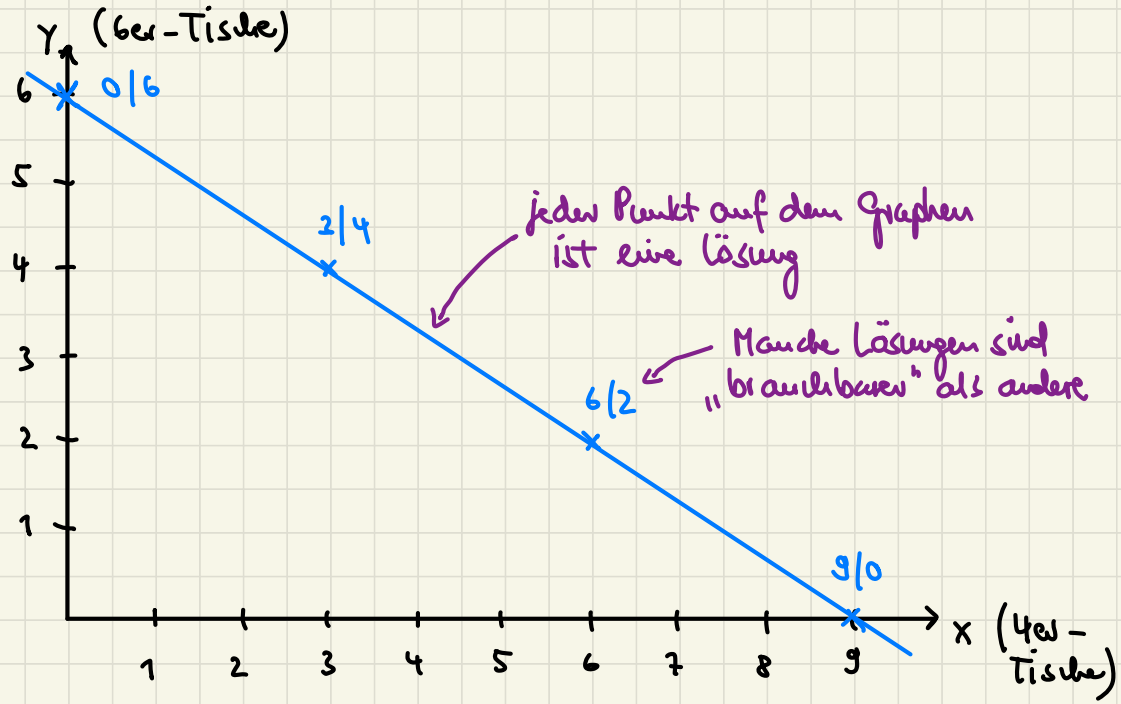
Um <u>alle</u> Lösungen zu finden, ist obige Variante mühselig. Anschaulicher ist hier die grafische Lösung. Denn alle Zahlenpaar-Lösungen von lin. Gleichungen mit 2 Variablen liegen auf einer Geraden. Also kann man auch in die lineare Funktionsgleichung umformen, den Graph zeichnen und Lösungen ablesen.

1) Gleichung nach y auflösen.
2) Graph der lin. Funktion zeichnen.
3) Zahlenpaare (= Lösungen) ablesen

Bsp.:

$$\begin{aligned} 4x + 6y &= 36 && |-4x \\ 6y &= 36 - 4x && |:6 \\ y &= 6 - \tfrac{4}{6}x && |\text{T} \\ y &= -\tfrac{2}{3}x + 6 \end{aligned}$$

mit $m = -\frac{2}{3}$ und $b = 6$



Man sieht, dass z.B. 9|0 auch eine Lösung ist, also 9 4er-Tische und kein 6er-Tisch.

Aber es gibt auch Kommalösungen und Lösungen mit negativen Zahlen (z.B. 1,5|5 bzw. 12|-2). Diese sind zwar mathematisch korrekt, können aber je nach Anwendungskontext „unerwünscht" (z.B. 1,5 für einen halben gefüllten 4er-Tisch) oder sinnfrei (z.B. -2 für eine negative Anzahl von 6er-Tischen) sein.