

# Rationale und irrationale Zahlen

## Rationale Zahlen $\mathbb{Q}$

- Intuitive Beschreibung:

Bruchzahlen, da sie sich als Dezimalbruch und als „Bruchstrich-Bruch“ darstellen lassen

- Definition:

Zahlen, die sich als Quotient zweier ganzer Zahlen darstellen lassen, wobei der Nenner nicht 0 sein darf:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

- Beispiele:

$$3 : 4 = \frac{3}{4} = 0,75 \in \mathbb{Q}$$

$$12 : 6 = \frac{12}{6} = 2 \in \mathbb{Q} \text{ (sogar } \in \mathbb{N})$$

- Als Dezimalzahl ist ihre Darstellung entweder...

- abbrechend
- oder
- unendlich periodisch

### Anmerkungen

- Für die irrationalen Zahlen existiert kein allgemein einheitliches Zeichen; dennoch wird häufig  $\mathbb{I}$  verwendet.
- Der Backslash „\“ bedeutet „ohne“ (Differenz).

## Rationale Zahlen $\mathbb{I}$

- Intuitive Beschreibung:

Gewissermaßen das „Gegenstück“ von rationalen Zahlen, da sie sich nicht als „Bruchstrich-Bruch“ darstellen lassen (abgesehen von einem Nenner mit 1).

- Definition:

Zahlen, die sich nicht als Quotient zweier ganzer Zahlen darstellen lassen – quasi die reellen Zahlen ohne die rationalen Zahlen:

$$\mathbb{I} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$

- Beispiele:

$\pi = 3,141592... \in \mathbb{I}$  (Kreiszahl Pi,  
entsteht durch die Division von Kreisumfang durch -durchmesser)

$\sqrt{2} = 1,414213... \in \mathbb{I}$  (Quadratwurzel aus 2, entsteht als positive Lösung der Gleichung  $x^2 = 2$ )

$0,12345678910... \in \mathbb{I}$  (Champernowne-Zahl,  
entsteht durch das Aneinanderreihen der natürlichen Zahlen)

- Als Dezimalzahl ist ihre Darstellung – im Gegensatz zu rationalen Zahlen –...
  - unendlich (**nicht** abbrechend)  
und
  - nicht periodisch (**nicht** unendlich periodisch)