

Aussagen und ihre Umkehrbarkeit

Einleitung

Eine Aussage in der Mathematik beschreibt häufig eine **Wenn-Dann-Beziehung** und sieht dann wie folgt aus:

```
WENN
  Bedingung
DANN
  Folgerung
```

Eine **Aussage** kann entweder richtig (gilt / ist wahr) oder falsch (gilt nicht / ist unwahr) sein. Weiterhin kann man von einer Aussage die Bedingung und Folgerung vertauschen. Man spricht dann von einer **Umkehraussage**. Auch hier gilt, dass eine Umkehraussage entweder richtig oder falsch ist. Ob eine Aussage und ihre Umkehraussage beide richtig sind (man eine Aussage also gültig umkehren kann), hängt vom betrachteten Gegenstand ab. Machen wir uns das an folgenden Beispielen klar:

Alltagsbeispiel

Die Aussage...

```
WENN
  ich zu viele Fünfen/Sechsen auf dem Jahreszeugnis stehen habe,
DANN
  werde ich nicht versetzt.
```

gilt. Nun vertauschen wir Bedingung und Folgerung:

```
WENN
  ich nicht versetzt werde,
DANN
  habe ich zu viele Fünfen/Sechsen auf dem Jahreszeugnis stehen.
```

Diese Umkehraussage gilt (von bestimmten Spezialfällen abgesehen) auch. Das muss jedoch nicht immer so sein, wie folgendes Beispiel zeigt: Die Aussage...

```
WENN
  ich Hesse bin,
DANN
  bin ich Deutscher.
```

gilt. Aber die Umkehraussage...

WENN

ich Deutscher bin,

DANN

bin ich Hesse.

gilt nicht zwingend, da man zum Beispiel auch aus Bayern stammen könnte.

Mathematisches Beispiel

Kommen wir nun zur Mathematik zurück, denn obige Erkenntnis gilt auch hier. Zum Beispiel gilt die Aussage...

WENN

eine Zahl eine natürliche Zahl ist,

DANN

ist die Zahl auch eine rationale Zahl.

weil alle natürliche Zahlen zugleich rationale Zahlen sind. Aber die Umkehraussage...

WENN

eine Zahl eine rationale Zahl ist,

DANN

ist die Zahl auch eine natürliche Zahl.

gilt nicht, weil z. B. die Zahl 0,5 rational, aber nicht natürlich ist.

Ein anderes mathematisches Beispiel, wo neben der Aussage auch die Umkehraussage gilt, ist das folgende:

Satz des Thales:

WENN

Punkt C auf dem Thaleskreis über einer Strecke AB liegt,

DANN

hat das Dreieck ABC bei Punkt C einen rechten Winkel.

Umkehrung des Satz des Thales:

WENN

das Dreieck ABC bei Punkt C einen rechten Winkel hat,

DANN

liegt Punkt C auf dem Thaleskreis über einer Strecke AB.

Fazit

Aus einer wahren Wenn-Dann-Aussage folgt nicht automatisch, dass auch ihre Umkehraussage wahr ist. Dies muss für jedes Beispiel neu überprüft werden.