

Quadratische Funktionen: Zahlenrätsel und Flächenberechnung zur Quadratischen Ergänzung

Aufgaben

Stelle zunächst eine Gleichung auf und löse sie schriftlich mit einem Verfahren deiner Wahl. Für die Aufgaben zur Flächenberechnung kann eine Skizze hilfreich sein.

1)

Das Quadrat einer Zahl um 40 verkleinert ergibt das 6-fache der Zahl.

2)

Die Differenz aus dem Quadrat einer Zahl und dem Quadrat des Doppelten dieser Zahl ist -363 .

3)

Multipliziert man zwei aufeinander folgende Zahlen, so erhält man 812.

4)

Das Quadrat der Differenz aus dem Vierfachen einer Zahl und 32 ist 64.

5)

Das Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger einer Zahl ist 80.

6)

Das Produkt aus einer Zahl und der um 16 verminderten Zahl ist so groß wie das Quadrat von 6.

7)

Vom Quadrat einer Zahl wird das 26-fache der Zahl subtrahiert und man erhält die Hälfte von der größten geraden dreistelligen natürlichen Zahl.

8)

Wenn man bei einem Quadrat eine Seitenlänge verdreifacht und die andere um 4 cm kürzt, erhöht sich der Flächeninhalt um 32 cm^2 .

9)

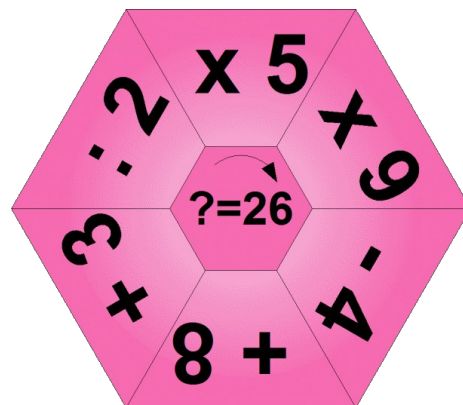
Der Flächeninhalt eines Rechtecks beträgt 300 cm^2 . Die Seite a ist um 5 cm kürzer als b . Berechne den Umfang.

10)

Die Höhe h eines Dreiecks ist um 4 dm kleiner als die Länge der Grundseite g . Das Areal (Flächeninhalt) umfasst 48 dm^2 . Berechne die Längen g und h .

11)

Formuliere wenigstens zwei eigene Zahlenrätsel, jeweils mit und ohne Bezug zur Flächenberechnung. Tausche sie mit deinem Teampartner aus und löse seine Aufgaben. Tausche danach deine Bearbeitung erneut mit deinem Teampartner und korrigiere seine Lösung. Besprecht eure Ergebnisse.



4				5	8			6
	6		4		3			
	3	5					9	4
				4		1		
	5			1			3	
		6		2				
2	1					6	5	
			6		1		8	
6			2	3				7

Lösungen

1)

$$\begin{aligned}
 a^2 - 40 &= 6a && | -6a \\
 a^2 - 6a - 40 &= 0 && | +40 \\
 a^2 - 6a &= 40 && | +9 \text{ (q.E.)} \\
 a^2 - 6a + 9 &= 49 && | T \\
 (a - 3)^2 &= 49 && | \sqrt{} \\
 a - 3 &= \pm 7 \\
 a_1 &= 10 \\
 a_2 &= -4
 \end{aligned}$$

$$L = \{-4; 10\}$$

Die gesuchten Zahlen sind -4 und 10 .

2)

$$\begin{aligned}
 x^2 - (2x)^2 &= -363 && | T \\
 x^2 - 4x^2 &= -363 && | T \\
 -3x^2 &= -363 && | :(-3) \\
 x^2 &= 121 && | \sqrt{} \\
 x_1 &= 11 \\
 x_2 &= -11
 \end{aligned}$$

$$L = \{-11; 11\}$$

Die gesuchten Zahlen sind -11 und 11 .

3)

$$\begin{aligned}
 x \cdot (x + 1) &= 812 && | T \\
 x^2 + x &= 812 && | +0,25 \text{ (q.E.)} \\
 x^2 + x + 0,25 &= 812,25 && | T \\
 (x + 0,5)^2 &= 812,25 && | \sqrt{} \\
 x + 0,5 &= \pm 28,5 && | -0,5
 \end{aligned}$$

$$x_1 = 28$$

$$x_2 = -29$$

$$L = \{-29; 28\}$$

Die gesuchten Zahlen sind -29 und 28.

4)

$$(4x - 32)^2 = 64 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$4x - 32 = \pm 8 \quad | :4$$

$$x - 8 = \pm 2 \quad | +8$$

$$x_1 = 10$$

$$x_2 = 6$$

$$L = \{6; 10\}$$

Die gesuchten Zahlen sind 6 und 10.

5)

$$(x - 1) \cdot (x + 1) = 80 \quad | T$$

$$x^2 - 1 = 80 \quad | +1$$

$$x^2 = 81 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x_1 = 9$$

$$x_2 = -9$$

$$L = \{-9; 9\}$$

Die gesuchten Zahlen sind -9 und 9.

6)

$$x \cdot (x - 16) = 6^2 \quad | T$$

$$x^2 - 16x = 36 \quad | +64 \text{ (q.E.)}$$

$$x^2 - 16x + 64 = 100 \quad | T$$

$$(x - 8)^2 = 100 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x - 8 = \pm 10 \quad | +8$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -2$$

$$L = \{-2; 18\}$$

Die gesuchten Zahlen sind -2 und 18.

7)

$$x^2 - 26x = 998 : 2 \quad | T$$

$$x^2 - 26x = 499 \quad | +169 \text{ (q.E.)}$$

$$x^2 - 26x + 169 = 668 \quad | T$$

$$(x - 13)^2 = 668 \quad | \sqrt{}$$

$$x - 13 = \pm 2\sqrt{167} \quad | +13$$

$$x_1 = 13 + 2\sqrt{167}$$

$$x_2 = 13 - 2\sqrt{167}$$

$$L = \{13 - 2\sqrt{167}; 13 + 2\sqrt{167}\}$$

Die gesuchten Zahlen sind ungefähr -12,85 und ungefähr 38,85.

8)

$$3a \cdot (a - 4) = a^2 + 32 \quad | T$$

$$3a^2 - 12a = a^2 + 32 \quad | -a^2$$

$$2a^2 - 12a = 32 \quad | :2$$

$$a^2 - 6a = 16 \quad | +9 \text{ (q.E.)}$$

$$a^2 - 6a + 9 = 25 \quad | T$$

$$(a - 3)^2 = 25 \quad | \sqrt{}$$

$$a - 3 = \pm 5 \quad | +3$$

$$a_1 = 8$$

$$a_2 = -2$$

$$L = \{8\}, \text{ da } G = N$$

Die ursprüngliche Seitenlänge beträgt 8 cm.

9)

$$a = b - 5$$

$$\begin{aligned} A &= a \cdot b && | a = b - 5; A = 300 \\ 300 &= (b - 5) \cdot b && | T \\ 300 &= b^2 - 5b && | +6,25 \text{ (q.E.)} \\ 306,25 &= b^2 - 5b + 6,25 && | T \\ 306,25 &= (b - 2,5)^2 && | \sqrt{} \\ \pm 17,5 &= b - 2,5 && | +2,5 \\ b_1 &= 20 \\ b_2 &= -15 \end{aligned}$$

$$L = \{20\}, \text{ da } G = N$$

$$\begin{aligned} U &= 2 \cdot (a + b) && | a = b - 5 \\ U &= 2 \cdot (b - 5 + b) && | T \\ U &= 2 \cdot (2b - 5) && | T \\ U &= 4b - 10 && | b = 20 \\ U &= 4 \cdot 20 - 10 && | T \\ U &= 70 \end{aligned}$$

$$L = \{70\}$$

Der Umfang beträgt 70 cm.

10)

$$h = g - 4$$

$$\begin{aligned} A &= g \cdot h : 2 && | h = g - 4; A = 48 \\ 48 &= g \cdot (g - 4) : 2 && | T \\ 48 &= (g^2 - 4g) : 2 && | \cdot 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 96 &= g^2 - 4g && | +4 \text{ (q.E.)} \\
 100 &= g^2 - 4g + 4 && | T \\
 100 &= (g - 2)^2 && | \sqrt{} \\
 \pm 10 &= g - 2 && | +2 \\
 g_1 &= 12 \\
 g_2 &= -8
 \end{aligned}$$

$$L = \{12\}, \text{ da } G = N$$

$$\begin{aligned}
 h &= g - 4 && | g = 12 \\
 h &= 12 - 4 && | T \\
 h &= 8
 \end{aligned}$$

$$L = \{8\}$$

Die Grundseite g ist 12 dm lang, die Höhe h 8 dm.

11)

Individuelle Lösungen.